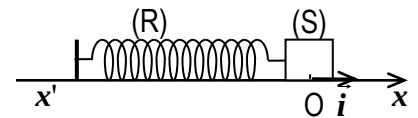


EXERCICE N°1 :

Un solide (S) de masse m est attaché à l'extrémité libre d'un ressort (R) à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K . L'autre extrémité du ressort est attachée à un point fixe. Le système {(S), ressort} est placé sur un plan horizontal (figure ci-contre).



Au repos, le solide (S) est au point O, origine d'un repère (O, $\vec{i}$) horizontal.

A partir du point O, on écarte le solide (S) d'une certaine distance x_0 dans le sens positif et on le lâche avec une vitesse initiale v_0 à $t = 0$.

A- Les frottements sont négligeables.

1°)

a- Etablir l'équation différentielle qui régit l'évolution de l'abscisse x du solide (S) et déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.

b- Donner l'expression de l'énergie mécanique E de l'oscillateur en fonction de m , K , x et v où v est la vitesse de (S)

c- Montrer que l'énergie de l'oscillateur est constante. Déduire son expression en fonction de K et X_m .

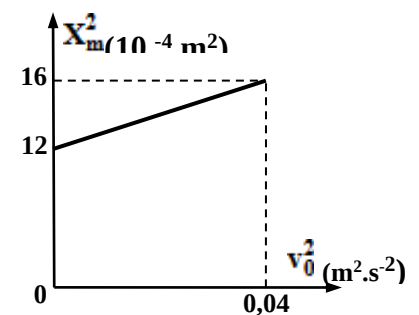
d- En déduire une relation indépendante du temps entre x et v .

2°) Pour déterminer l'abscisse x_0 et la pulsation propre ω_0 , on réalise une expérience qui consiste à faire varier la vitesse initiale v_0 et déduire l'amplitude X_m , ce qui permet de tracer la courbe de variations de X_m^2 en fonction de v_0^2 (Voir figure 3)

a- En se servant de la relation indépendante du temps, justifier théoriquement l'allure de la courbe $X_m^2 = f(v_0^2)$.

b- En exploitant la courbe, déterminer les valeurs de x_0 et ω_0 .

3°) On fixe pour la suite la vitesse initiale à une valeur $v_0 = 0,2 \text{ m.s}^{-1}$



Figure

a- Déterminer l'amplitude X_m .

c- Déterminer l'expression de l'élongation $x(t)$ en précisant les valeurs de X_m , ω_0 et sa phase initiale ϕ_x .

4°) Sachant que l'énergie mécanique de l'oscillateur est $E = 32.10^{-3} \text{ J}$, déduire les valeurs de K et m .

B- Les frottements ne sont plus négligeables.

Le solide (S) est maintenant soumis à des forces de frottements équivalentes à une force unique

$\vec{f} = -h.\vec{v}$ où h est le coefficient de frottement et $\vec{v}$ le vecteur vitesse du solide (S). On écarte le solide

(S) de sa position d'équilibre d'une distance $X_{m0} = 4.10^{-2} \text{ m}$ et on le lâche sans vitesse initiale à $t = 0$.

La courbe de la figure ci-après représente les variations de l'abscisse x en fonction du temps.

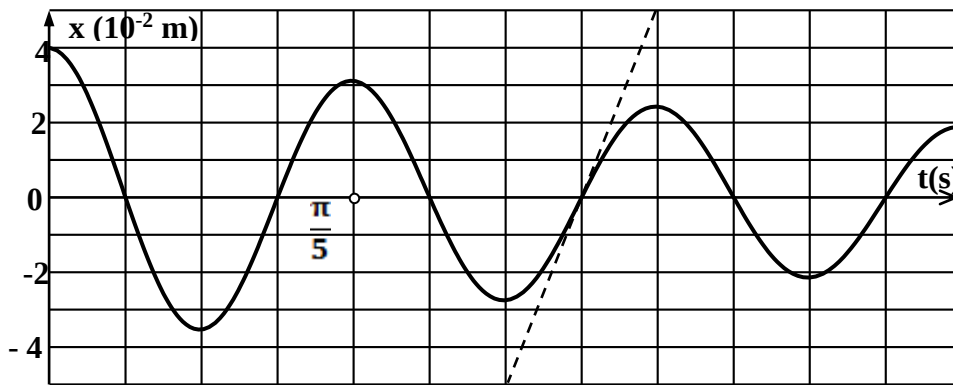
1°) Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide (S).

2°) Montrer que l'énergie mécanique de l'oscillateur diminue au cours du temps

3°) Calculer la variation de l'énergie mécanique du système entre les instants de dates $t_1 = 0 \text{ s}$ et

$t_2 = 1,75T$





EXERCICE N°2 :

Un pendule élastique est constitué d'un solide (S) de centre d'inertie G et de masse m , attaché à l'une des extrémités d'un ressort (R) à spires non jointives d'axe horizontal, de raideur k et de masse négligeable devant m . L'autre extrémité du ressort est attachée à un support fixe.

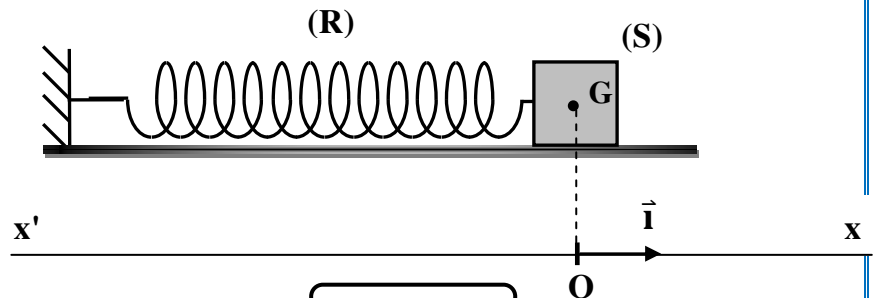


Figure -1-

A l'équilibre le centre d'inertie G du solide(S) est confondu avec l'origine O d'un repère $(O, \vec{i})$ porté par un axe horizontal $x'x$ comme l'indique la **figure -1-**.

Au cours de son mouvement, G est repéré par son élongation $x(t)$ dans le repère $(O, \vec{i})$; sa vitesse instantanée est notée $v(t)$.

L'amortissement du mouvement ainsi que les forces de frottement sont supposés négligeables.

1) On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre jusqu'au point M_0 d'abscisse x_0 , puis on le lâche, à l'instant $t = 0$, sans une vitesse initiale.

a- En utilisant la méthode dynamique, montrer que les oscillations de G son régies par l'équation

différentielle : $\frac{d^2x(t)}{dt^2} + w_0^2 x(t) = 0$; ou w_0 est une constante que l'on exprimera en fonction de K et m

b- Exprimer l'énergie mécanique E du système $\{(S)+(R)\}$ en fonction de k , m , $x(t)$ et $v(t)$.

c- Dédire que le système $\{(S)+(R)\}$ est conservatif.

2) Un dispositif approprié d'acquisition de données permet d'enregistrer simultanément l'évolution de la vitesse $v(t)$ de G ainsi que celle de l'énergie cinétique $E_c(t)$ du solide (S) en fonction du temps et de tracer les courbes (I) et (II) de la **figure-2-**

En exploitant les courbes de la **figure-2-**:

a- justifier que la courbe (I) correspond à $E_c(t)$;

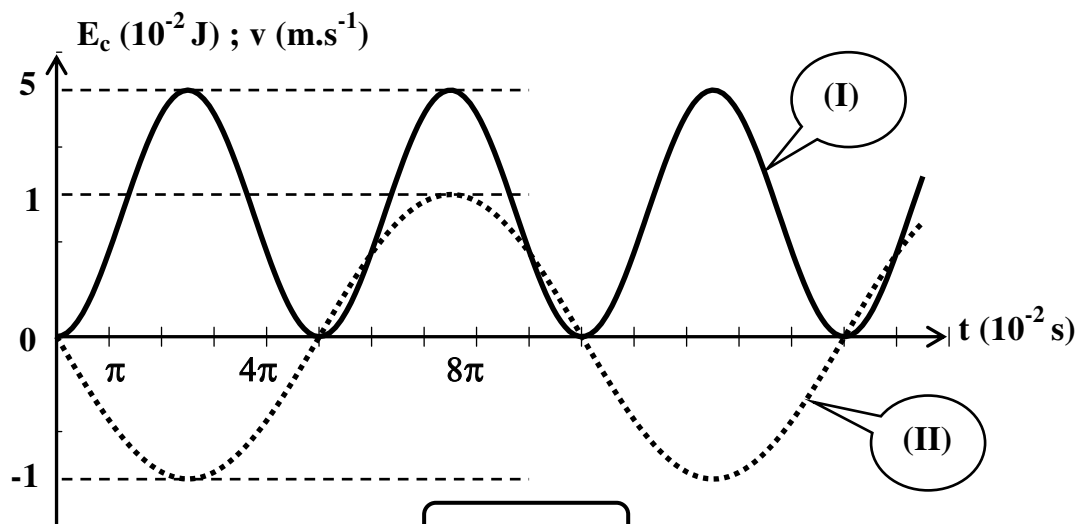
b- Dire, en justifiant, si le solide est écarté initialement dans le sens positif ($x_0 > 0$) ou dans le sens négatif ($x_0 < 0$)

c- montrer que $w_0 = 20 \text{ rad.s}^{-1}$ et déduire l'amplitude X_m du mouvement oscillatoire de G;

d- déterminer k et montrer que $m = 100 \text{ g}$

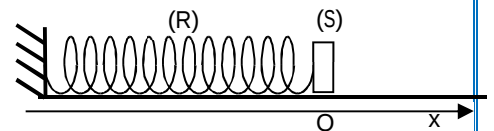
e- déterminer la phase initiale de la vitesse $v(t)$ et en déduire celle de l'élongation $x(t)$.





EXERCICE N°3 :

Un pendule élastique est constitué d'un ressort (R) de raideur K , dont l'une des extrémités est fixée à un support fixe. A l'autre extrémité est attaché un solide (S) supposé ponctuel de masse m . Le solide (S) peut glisser sur un plan horizontal ; sa position est repérée sur un axe $X'OX$ confondu avec l'axe du ressort. A l'équilibre (S) se trouve au point O : origine des espaces.



I- On écarte le solide de sa position d'équilibre puis on l'abandonne à lui-même. Lorsqu'il passe par le point d'abscisse x_0 , on commence l'enregistrement de son diagramme du mouvement sinusoïdal. On obtient le graphe de la figure 1 représentant $x = f(t)$ ou x désigne son élongation dans le repère $(O ; \vec{i})$

1- En exploitant le graphe, déterminer :

- L'amplitude X_m du mouvement.
- La période et la fréquence du mouvement.
- La phase initiale de l'élongation $x(t)$.

2- En déduire que l'équation horaire du mouvement s'écrit :

$$x(t) = 4 \cdot 10^{-2} \sin(5\pi t + \frac{5\pi}{6})$$

3-

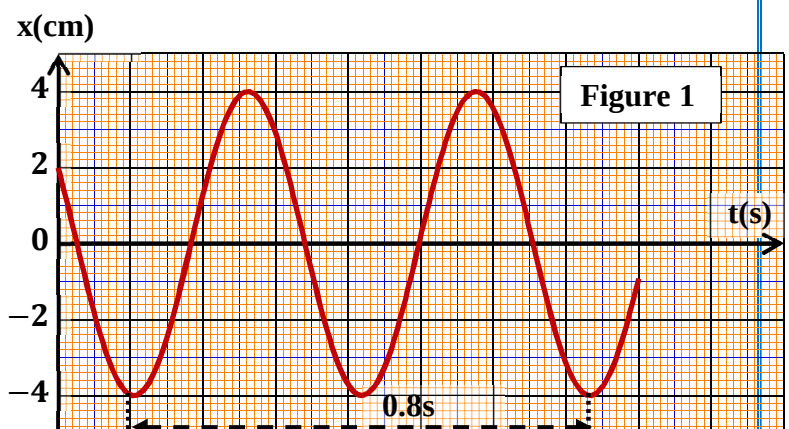
- Montrer que la vitesse instantanée $v(t)$ varie sinusoïdalement en fonction du temps avec une amplitude V_m et une phase ϕ_v qu'on déterminera.
- Déterminer la vitesse initiale V_0 du mobile.

4- a- Montrer que $v^2 = 0.4(1 - 625x^2)$ avec x en m ; on prendra $\pi^2 = 10 \text{ rad}^2 \cdot \text{s}^{-2}$

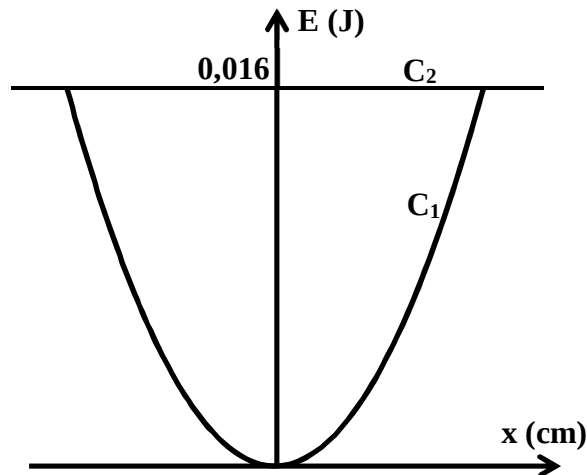
b- En déduire le lieu des points de la trajectoire du mobile où sa vitesse s'annule.

c- Tracer l'allure de $v^2 = f(x^2)$ en précisant les points remarquables.

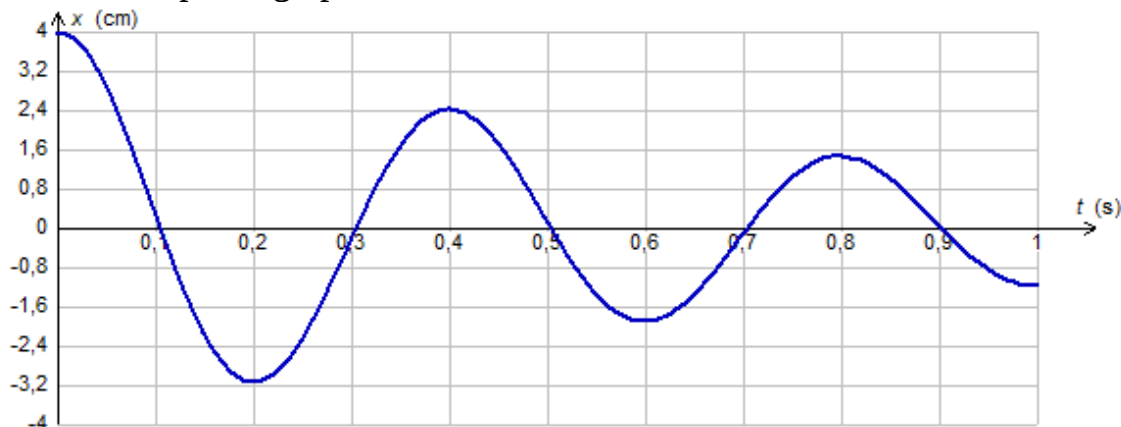
5- A quels instants le mobile passe par le point d'abscisse $x = -2 \text{ cm}$ avec une vitesse négative dans $[0 ; 0.5 \text{ s}]$.



- 6- Etablir l'équation horaire du mouvement relative à l'élongation x du solide. En déduire celle relative à la tension T du ressort.
- 7- Exprimer l'énergie totale E du pendule élastique en fonction de k , m , x et v puis en fonction de k , m , T et $\frac{dT}{dt}$.
- 8- Montrer que l'énergie du pendule élastique se conserve.
- 9- Un dispositif approprié permet d'enregistrer les variations de l'énergie mécanique du pendule ainsi que son énergie potentielle élastique. Voir figure ci-dessous :
 - a- Identifier chacune des deux courbes.
 - b- Déterminer la raideur k du ressort ainsi que la masse m du solide.
 - c- Exprimer l'énergie cinétique du solide en fonction de x
 - d- Représenter son allure sur le graphe précédent.



II- On soumet le solide à des frottements du type visqueux $\vec{f} = -h\vec{v}$ avec h désigne le coefficient de frottement et $\vec{v}$ le vecteur vitesse du solide. Le diagramme du mouve solide est donné par le graphe suivant :



- 1- De quel régime d'oscillations s'agit-il ?
- 2- Expliquer pourquoi les oscillations du pendule sont dites libres amorties.
- 3- Déterminer la perte d'énergie entre $t = 0s$ et $t_1 = 0,35s$. Expliquer à quoi est due
- 4- L'équation différentielle relative à la vitesse v s'écrit : $v + 0,4 \frac{dv}{dt} + 100 \int v dt$
Déduire la valeur du coefficient de frottement h . Préciser son unité.

