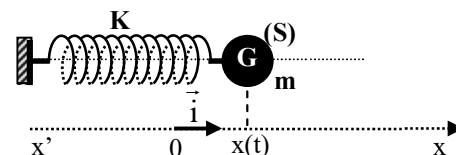


EXERCICE N°1 :

Un solide (S), de masse m , est attaché à l'extrémité libre d'un ressort horizontal parfaitement élastique, à spires non jointives, de constante de raideur K et de masse négligeable. On néglige les frottements.



On étudie le mouvement de (S) relativement à un repère $(o, \vec{i})$ dont l'origine o coïncide avec la position d'équilibre du centre d'inertie G de (S).

Le plan horizontal contenant le ressort est pris comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur.

On écarte (S) de sa position d'équilibre dans le sens des elongations positives jusqu'à une abscisse x_0 et on le lâche, à la date $t = 0$, sans vitesse initiale ($\vec{v}(0) = \vec{0}$).

On donne ci-contre les courbes de variations en fonction de l'élongation x , de l'énergie mécanique E et de l'énergie potentielle élastique E_{pe} du système {solide + ressort}.

1⁰) a - Par application de la relation fondamentale de la dynamique, établir l'équation différentielle régissant le mouvement du centre d'inertie G de (S).

b - En déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur considéré.

c - Vérifier que : $x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$ est une solution de l'équation différentielle.

2⁰) a - Donner l'expression de l'énergie mécanique E de l'oscillateur en fonction de m , K , x et v .

b - Montrer que E est constante. Donner alors son expression en fonction de K et X_m .

3⁰) a - Identifier, parmi les courbes (a) et (b), celle qui représente $E = f(x)$. En déduire la valeur de E .

b - Déterminer graphiquement la valeur de l'amplitude X_m des oscillations.

c - Calculer la valeur de la constante de raideur K du ressort.

4⁰) a - Sachant que le solide passe par la position d'équilibre avec une vitesse de module $\|\vec{v}\| = 0,5 \text{ m.s}^{-1}$, montrer que sa masse est $m = 0,2 \text{ Kg}$.

b - Calculer la valeur de la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.

c - Déterminer la phase initiale φ_x de l'élongation $x(t)$. Ecrire alors la loi horaire de $x(t)$.

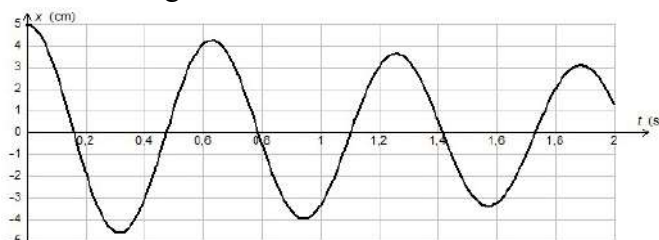
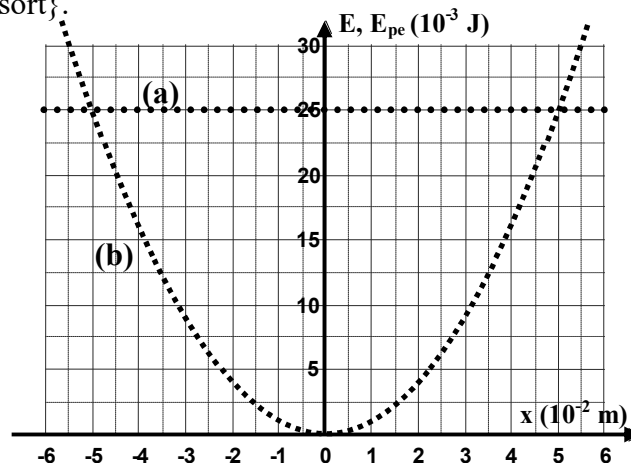
5⁰) En réalité et au cours de son mouvement, l'oscillateur subit des frottements visqueux dont l'action est représentée par une force unique $\vec{f} = -h \cdot \vec{v}$. L'équation différentielle régissant le mouvement du centre d'inertie

$$G \text{ de (S) s'écrit alors : } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{h}{m} \cdot \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 \cdot x = 0.$$

L'enregistrement des variations de l'élongation $x(t)$

au cours du temps est donné ci-contre

a - Quelle est la nature du régime oscillatoire ?
Interpréter l'amortissement des oscillations.



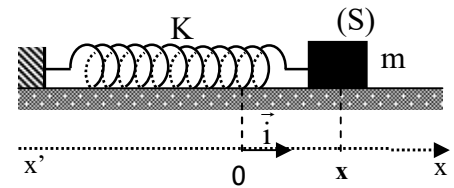
b - L'équation différentielle gérant le mouvement du centre d'inertie G de (S) s'écrit sous la forme :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 0,5 \cdot \frac{dx}{dt} + 100 \cdot x = 0$$

Déterminer la valeur du coefficient de frottement h et retrouver celle de ω_0 .

EXERCICE N°2 :

Un pendule élastique horizontal est constitué d'un solide (S) de masse m relié à l'extrémité libre d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur K .



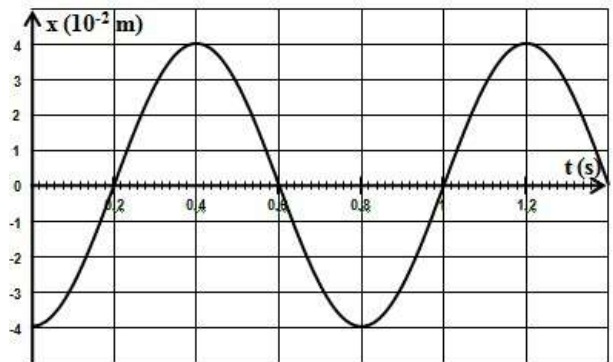
A l'équilibre, le centre d'inertie G du solide coïncide avec l'origine O d'un repère $(O, \vec{i})$ d'axe $x'Ox$ horizontal parallèle à l'axe du ressort.

Le plan horizontal contenant le ressort est pris comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur.

On ne tient pas compte des frottements.

On écarte le solide (S) depuis sa position d'équilibre jusqu'à l'abscisse x_0 et on le lance, à $t = 0$, avec une vitesse initiale v_0 .

On donne ci-contre la courbe d'évolution de l'élongation x du pendule en fonction du temps.



1⁰) Préciser, en le justifiant, si le solide (S) :

a - est initialement écarté dans le sens des élongations positives ou négatives ?

b - est lancé avec ou sans vitesse initiale ?

c - effectue des oscillations amorties ou non amorties ?

2⁰) **a** - Par application de la relation fondamentale de la dynamique, établir l'équation différentielle gérant le mouvement du centre d'inertie du solide (S). Dédurre l'expression de la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.

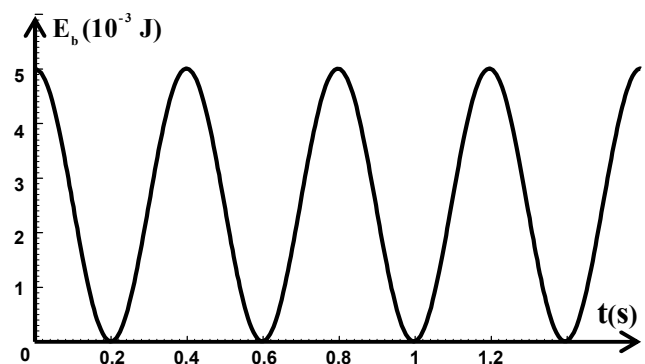
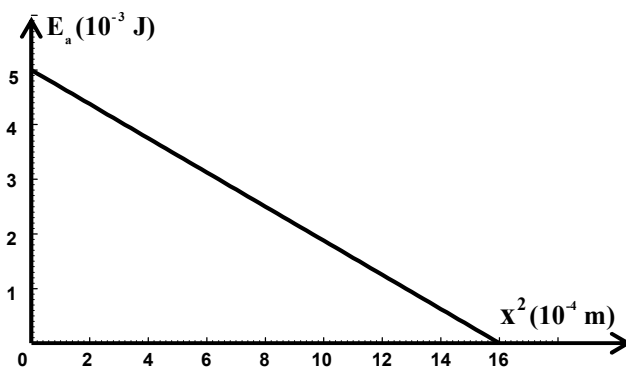
b - Déterminer graphiquement la valeur de l'amplitude X_m et celle de la période propre T_0 des oscillations.

c - L'équation horaire de l'élongation s'écrit : $x(t) = X_m \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_x)$. Déterminer la valeur de φ_x .

3⁰) **a** - Donner l'expression de l'énergie mécanique E de l'oscillateur en fonction de K , m , x et v .

b - Montrer que E se conserve. Donner son expression en fonction de K et X_m .

4⁰) Chacune des fonctions $E_a = f(x^2)$ et $E_b = f(t)$, dont les courbes d'évolution sont données ci-dessous, représente soit l'énergie potentielle E soit l'énergie cinétique E de l'oscillateur mécanique considéré.



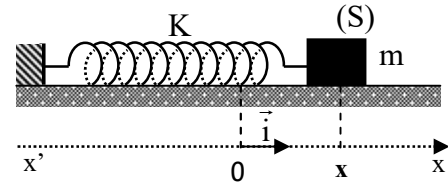
a - Associer, en le justifiant, chacune des fonctions E_a et E_b à l'énergie qu'elle représente.

b - Déterminer la valeur de la constante de raideur K du ressort ainsi que celle de la masse m du solide (S).



EXERCICE N°3 :

Un pendule élastique horizontal est constitué d'un solide (S) de masse $m = 0,1 \text{ Kg}$ relié à l'extrémité libre d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur K . A l'équilibre, le centre d'inertie G du solide (S) coïncide avec l'origine O d'un repère $(O, \vec{i})$ d'axe $x'x$ horizontal parallèle à l'axe du ressort. On ne tiendra pas compte des frottements.



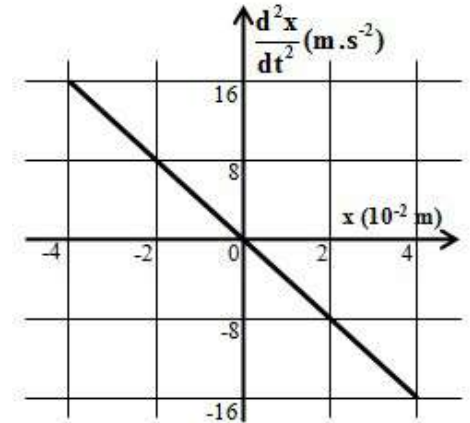
On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre, dans le sens positif, d'une distance $x_0 = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ et on le lance, à $t = 0$, avec une vitesse initiale v_0 positive.

1⁰) L'élongation $x(t)$ du mouvement satisfait une équation

$$\text{différentielle de la forme : } \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

En déduire la nature du mouvement du pendule.

2⁰) Le graphique ci-contre représente la fonction $\frac{d^2x}{dt^2} = f(x)$:



a - En exploitant le graphe, déterminer la pulsation propre ω_0 du pendule élastique.

b - Calculer la constante de raideur K du ressort.

c - Sachant que l'amplitude des oscillations est $X_m = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, calculer la valeur de l'énergie mécanique E du pendule ?

d - Calculer alors la valeur de la vitesse maximale V_m du pendule.

3⁰) Soit $x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$ l'élongation du mouvement du pendule.

a - Déterminer la valeur de φ_x .

b - En déduire la valeur de la vitesse initiale v_0 du pendule.

c - Ecrire alors l'équation horaire de l'élongation $x(t)$ et celle de la vitesse $v(t)$ du pendule.

4⁰) Le graphique ci-contre donne les variations au cours du temps de l'énergie cinétique E_C et de l'énergie potentielle élastique E_{pe} du pendule élastique :

a - Faire correspondre, en le justifiant, chacune des courbes (a) et (b) à l'énergie qu'elle représente.

b - Retrouver, à partir du graphe, les valeurs de x_0 et v_0 .

