

EXERCICE N°1 :

On considère un circuit formé d'un condensateur de capacité C , initialement chargé et une bobine d'inductance L . La résistance totale du circuit est supposée nulle.

A la date $t = 0$, la charge $q_0 > 0$ et l'intensité de courant i_0 , l'énergie électromagnétique est E_{LC_0} .

1/ a/ * Montrer que le circuit est conservatif.

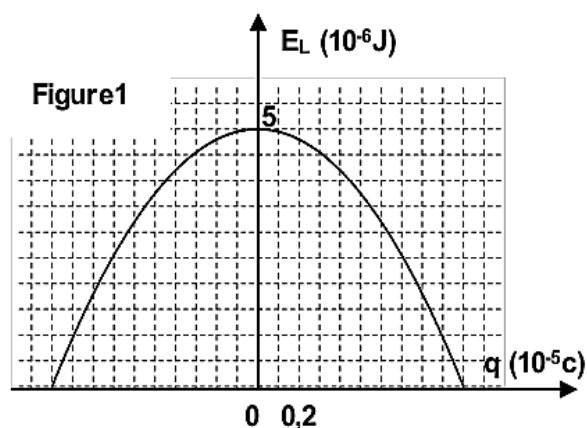
* En utilisant l'expression de l'énergie électrique totale, déduire l'équation différentielle de l'oscillateur en fonction de la charge q et sa dérivée seconde $\frac{d^2q}{dt^2}$.

b) On donne le graphe de l'énergie magnétique en fonction de la charge q : $E_L = f(q)$ (figure1) et l'expression en fonction de temps de l'énergie électrostatique :

$$E_c(t) = 2,5 \cdot 10^{-6} + 2,5 \cdot 10^{-6} \cdot \sin(2 \cdot 10^3 t).$$

Déterminer les valeurs de :

- * la charge maximale Q_{max} ,
- * la capacité C .
- * la période propre T_0 .
- * La charge q_0 et l'intensité de courant i_0 .



2/ Par une analogie électrique mécanique le circuit précédent est remplacé par un dispositif formé par un solide de masse $m = 200g$ et un ressort horizontal de raideur K , on néglige tout type de frottement

À partir d'une date prise comme origine de temps le solide est écarté d'une abscisse $x_0 > 0$ et lâché avec une vitesse initiale v_0 .

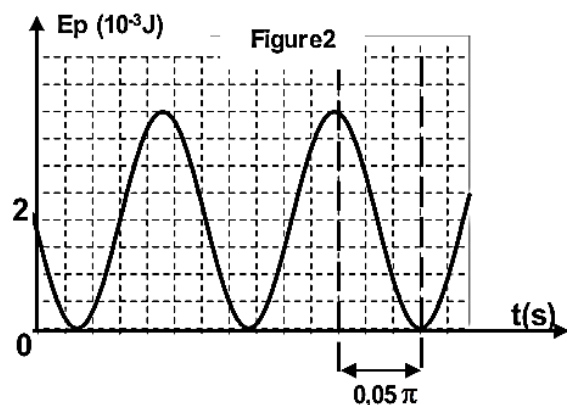
a) En faisant l'analogie électrique mécanique de la question 1/ a) ; écrire l'équation différentielle, donner sa solution et déterminer la valeur de la pulsation propre ω_0 .

b) En déduire (par analogie électrique - mécanique) que l'énergie mécanique de l'oscillateur est donnée par : $E = \frac{1}{2} K X_{max}^2$

c) On donne la courbe décrivant la variation de l'énergie potentielle en fonction de temps $E_p(t)$

- * Calculer la période propre T_0 et déduire la valeur de la constante de raideur K .
- * Déterminer l'abscisse x_0

d) Déduire à partir du graphe que v_0 est négative. Calculer sa valeur.



EXERCICE N°2 :

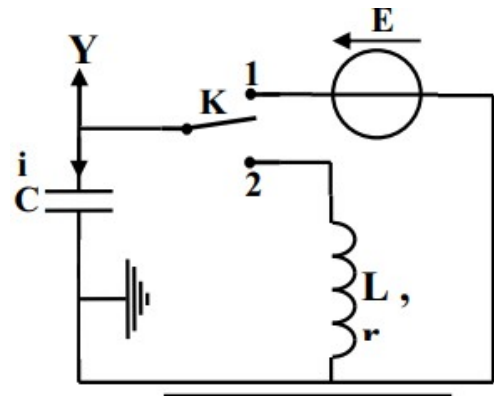
On réalise le montage de la Figure 1 avec une bobine

(L, r) et le condensateur de capacité $C = 2,5 \mu\text{F}$

L'inverseur k est en position 1.

A une date $t = 0$ on bascule k en position 2.

et on suit l'évolution de $u_C(t)$.



1) Montrer que l'équation différentielle en u_C est : $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \alpha \frac{du_C}{dt} + \beta u_C = 0$. En déduire les expressions de α et β .

2) L'enregistrement de $u_C(t)$ est représenté à la Figure-5.

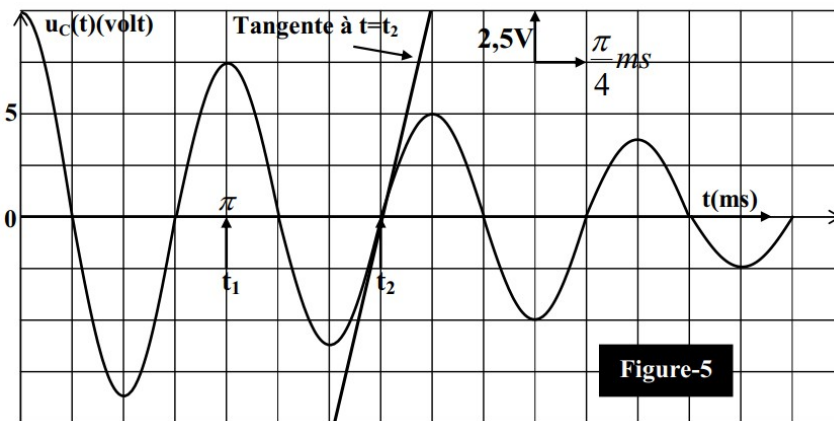


Figure-5

a. Nommer le régime et rappeler ses caractéristiques.

b. Rappeler l'expression de l'énergie totale de cet oscillateur et montrer qu'elle diminue au cours du temps.

c. Sachant que l'on peut assimiler la pseudo-période des oscillations à la période propre T_0 du circuit oscillant (L, C), calculer l'inductance L de la bobine.

3) Calculer l'énergie dissipée sous forme thermique pendant la durée $\Delta t = t_1 - t_2$.

4) On refait la même expérience en remplaçant la bobine précédente par une autre bobine d'inductance L' et de résistance négligeable tout en conservant le même condensateur et en changeant d'origine de dates.

a. Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge $q(t)$.

b. Sachant que $q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \phi_q)$. En déduire l'expression de ω_0 en fonction de L et C .

c. En déduire les équations horaires de $i(t)$ et $u_C(t)$ en fonction de Q_m, ω_0, C, t et ϕ_q .

d. Montrer que l'énergie totale du circuit reste constante au cours du temps.

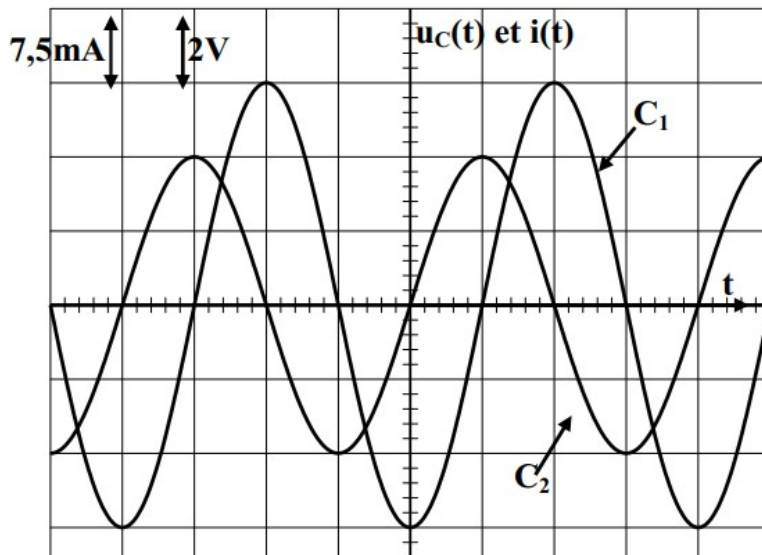
La figure-ci-dessous représente les évolutions au cours du temps de $u_C(t)$ et $i(t)$.

e. Montrer que la courbe G est celle de $u_C(t)$ et C_2 est celle de $i(t)$.

f. En déduire les valeurs numériques de : Q_m, ω_0 et L' .

g. L'origine du temps est adoptée à l'instant où $u_C = 0$ et $i = +I_{\max}$. Calculer ϕ_q .





EXERCICE N°3 :

Première partie

Le schéma de la figure -1 représente un condensateur de capacité C initialement chargé sous une tension U et qui se décharge à $t = 0$, dans une bobine supposée idéale d'inductance L .

- 1) a) Justifier que le circuit conserve l'énergie électromagnétique.
b) En déduire l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.
- 2) Vérifier que $u_C(t) = U_{cm} \sin(\sqrt{\frac{1}{LC}}t + \varphi_{uc})$ ($u_C(t)$ en volt et t en seconde) est une solution de l'équation différentielle.
- 3) Montrer que l'énergie électrostatique emmagasinée dans le condensateur en fonction du temps s'écrit sous la forme : $E_C(t) = \frac{E_{cm}}{2} (1 - \cos(2\sqrt{\frac{1}{LC}}t + 2\varphi_{uc}))$
- 4) a) Par exploitation des courbes 2,3 et 4 déterminer, en le justifiant, les valeurs de : L'inductance L , la capacité C , la pulsation propre et la phase initiale φ_{uc} .
b) Déterminer, en le justifiant, la valeur de l'instant t_1 . (figure -4)

Deuxième partie

On retire la bobine d'inductance L et on la remplace avec une bobine B' d'inductance L' . On décharge le condensateur puis on le charge de nouveau sous une tension U_0 .

A un instant $t = 0$, on relie les deux bornes du condensateur avec les deux bornes de la bobine B' .

Le schéma de la figure-5, représente l'évolution de la tension aux bornes du condensateur au cours du temps. On suppose que la pseudopériode est confondue avec la période propre de cet oscillateur.

- 1) Justifier que la bobine est résistive.
- 2) Montrer que l'énergie électromagnétique diminue au cours du temps.
- 3) Déterminer la valeur de l'énergie dissipée entre les deux instants de dates t_1 et t_2 .



