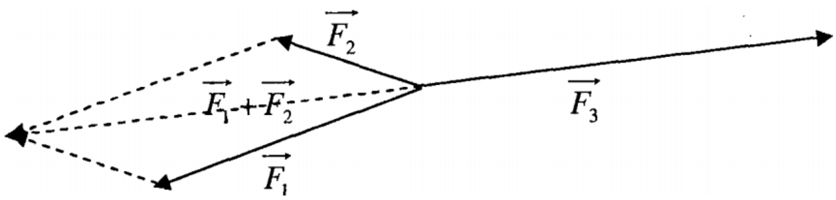
* Si un **corps solide** est en équilibre sous l’action de **trois forces coplanaires** et **non parallèles** *F}* , *F2*et F3 alors :

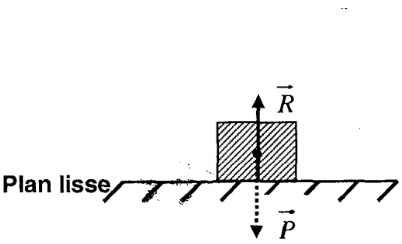
- **Les droites d’actions** des trois forces *Fx* , F2 et F3 **sont concourantes** (les droites d’actions des trois forces se coupent en un même point).
- **La somme vectorielle** des trois vecteurs forces *F}* , *F2* et *F3* **est nulle** *(F + F2+ F3* = 0) ou bien

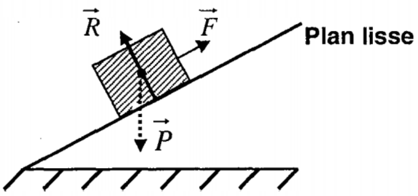
$\vec{F_3} = -(\vec{F_1} + \vec{F_2})$.



* La réaction *R* exercée par un plan sur un corps :

- **En absence de frottements** (**plan lisse**) la réaction/? est toujours **perpendiculaire** au plan

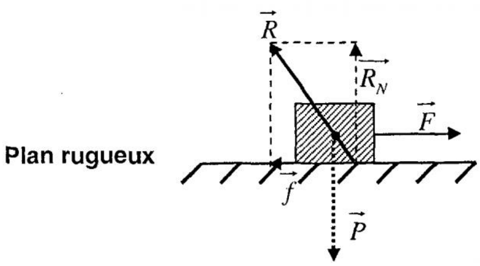


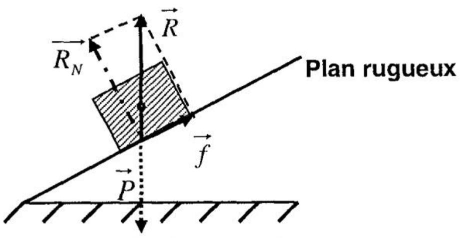


En présence de frottements (**plan rugueux**) la réaction *R* **n’est pas perpendiculaire** au plan et possède deux composantes *RN* et *(RT* ou *f)* tel que : *R = RN + RT* et

$$\vec{R} = \vec{R_N} + \vec{R_T} \text{ et } \|\vec{R}\| = \sqrt{\|\vec{R_N}\|^2 + \|\vec{R_T}\|^2}$$

_* *1* 2 __ 2
R + *Rt*
Rn : Composante normale au plan *(RN* est perpendiculaire au plan).
Rt ou *f* : Composante tangentielle au plan (parallèle au plan appelée force de frottement).

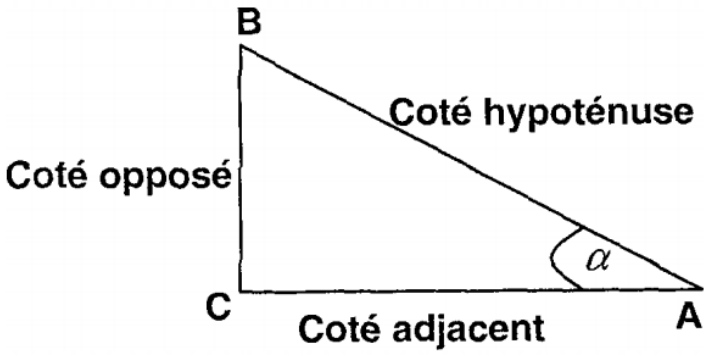




Rappels

Force		$\vec{P}$ (Poids d’un corps)	$\vec{T}$ (Tension d’un ressort)
Caractéristiques	Direction	Verticale du lieu	Celle de l’axe du ressort
	Sens	De haut vers le bas	Sens contraire que la déformation du ressort
	Valeur (N)	$\lVert\vec{P}\rVert = m \cdot \lVert\vec{g}\rVert$; $\lVert\vec{P}\rVert$: N, m : kg, $\lVert\vec{g}\rVert$: $N.kg^{-1}$	$\lVert\vec{T}\rVert = k \cdot \Delta L$; $\lVert\vec{T}\rVert$: N, k : $N.m^{-1}$, ΔL : m Avec : $\Delta L = \lvert L - L_0 \rvert$. *L : la longueur du ressort à l’équilibre du corps. *L_0 : La longueur du ressort à vide.
	Point origine	Centre de gravité G du corps	Le point de contact entre le corps et le ressort

-



$$\cos\alpha = \frac{Adjacent}{Hypoténuse} = \frac{AC}{AB}.$$

$$\sin\alpha = \frac{Opposé}{Hypoténuse} = \frac{BC}{AB}.$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{Opposé}{Adjacent} = \frac{BC}{AC}.$$

Le dispositif de la figure-1- est formé par deux solides (S_1) et (S_2), un ressort (R) et une tige métallique (T) placé sur un plan incliné lisse.

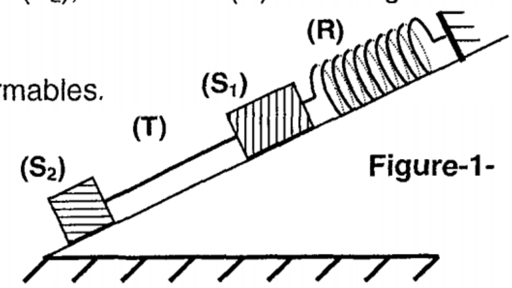


Figure-1-

1°/ Dire si les systèmes suivants sont déformables ou indéformables.

a- Système (S_1 ;T et S_2).

b- Système (S_2 et R).

c- Système (S_1 ;T ; S_2 et R).

2°/ Représenter :

- La force $\vec{F_1}$ exercée par (T) sur (S_1) et la force $\vec{F'_1}$ exercée par (S_1) sur (T).
- La force $\vec{F_2}$ exercée par (T) sur (S_2) et la force $\vec{F'_2}$ exercée par (S_2) sur (T).
- La force $\vec{T}$ exercée par (R) sur (S_1).
- Le poids de (S_1) et celui de (S_2).

3°/ Classer les forces représentées précédemment en forces intérieures et extérieures et en forces de contact et à distance (utiliser le système du 1°/ a-).

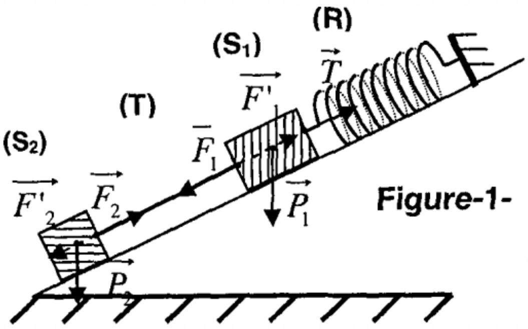


Figure-1-

1°/a- Le système (S_1 ;T et S_2) est indéformable.

b- Le système (S_2 et R) est déformable.

c- Le système (S_1 ;T ; S_2 et R) est déformable.

2°/ Figure-1-.

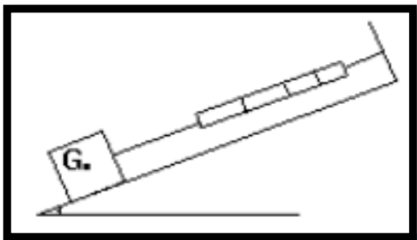
3°/

* $\vec{F_1}$: force intérieure et de contact.
* $\overrightarrow{F'_1}$: force intérieure et de contact.
* $\vec{F_2}$: force intérieure et de contact.
* $\overrightarrow{F'_2}$: force intérieure et de contact.
* $\vec{T}$: force extérieure et de contact.
* $\vec{P_1}$: force extérieure et à distance.
* $\vec{P_2}$: force extérieure et à distance.

méthode géométrique, méthode analytique

Equilibre d'un solide sur un plan incliné: cas d'un contact sans frottement

Un solide S de masse m = 360 g maintenu en équilibre, sur un plan incliné (π') d'un angle α = 25° sur l'horizontale (π) , grâce à un dynamomètre. Tel que T = 1,5 N.



1. Déterminer le système étudié
2. Faire l'inventaire des forces appliquées sur le solide (S)
3. Déterminer par deux méthodes différentes : **géométrique et arithmétique (analytique)**, la réaction $\vec{R}$ du plan sur le corps solide S (les caractéristiques de $\vec{R}$) . Conclure

1. Le système étudié est le corps (S)
2. Le bilan des forces exercées sur la masse marquée:
   $\vec{P}$: Le poids du corps (S)
   $\vec{T}$: La force exercée par le dynamomètre
   $\vec{R}$: La réaction du plan incliné (la force exercée par le plan incliné sur le corps (S))
3. Déterminons $\vec{R}$ La réaction du plan incliné par deux méthodes : **géométrique et analytique**

❖ **Méthode géométrique / méthode graphique : (on trace la ligne polygonale)**

Le corps est **en équilibre** sous l'action de trois forces $\vec{P}$, $\vec{T}$ et $\vec{R}$ donc $\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=\vec{0}$, alors **la ligne polygonale est fermée** (**la dynamique des forces est un triangle fermé**) .

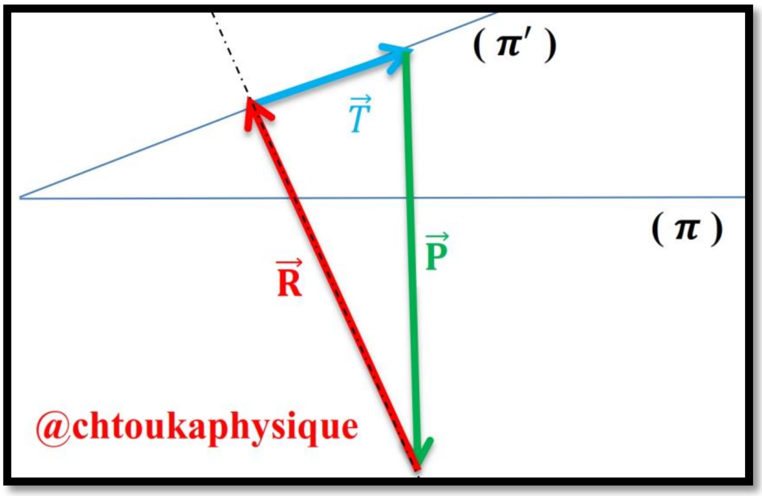
La connaissance des caractéristiques de $\vec{P}$ et $\vec{T}$ permet de tracer la ligne polygonale fermée et par conséquent, on peut déterminer les caractéristiques de $\vec{R}$

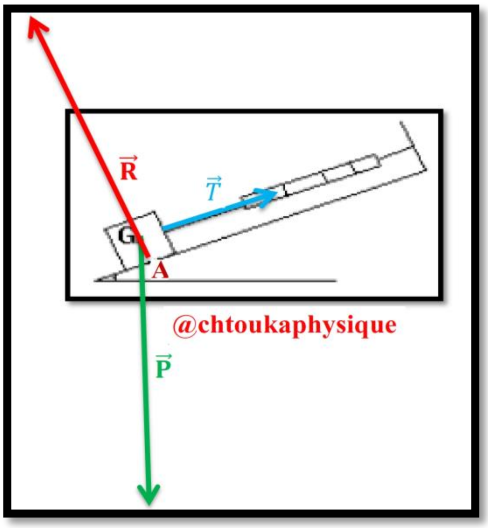
Donc pour tracer la somme des forces , on commence par $\vec{T}$ qui a une droite d'action incliné d'un angle $\alpha = 25°$ puis $\vec{P}$ le poids qui est perpendiculaire au plan (π) et dirigé vers le bas , alors pour déterminer $\vec{R}$ (les caractéristiques de $\vec{R}$) , on ferme le triangle (Voir le schéma)

Pour représenter les forces on utilise l'échelle suivante : 1,5 N → 2 cm

- ✓ Pour $\vec{T}$: On a T = 1,5 N → 2 cm
- ✓ Pour $\vec{P}$: on a 1,5 N → 2 cm

P = m .g = $360 .10^{-3}$. 10 = 3,6 N → X cm Alors $X = \frac{3,6\ N \times 2\ cm}{1,5 N}$ donc X = 4,8 cm





➢ **Remarque :** On remarque que **la direction de $\vec{R}$ est perpendiculaire au plan incliné (π')** , cela signifie que **le contact entre le solide et le plan se fait sans frottement .**

➢ Les caractéristiques de $\vec{R}$

- **Le point d'application : le point A ,**
- **La droite d'action : droite perpendiculaire au plan incliné** (π') et passant par le point A
- **Le sens : vers le haut**
- **L'intensité : on peut déterminer R L'intensité de $\vec{R}$ par deux méthodes**
  - ✓ **Méthode 1 : L'échelle :** on a 1,5 N → 2 cm

    R = ? N → 4,36 cm Alors $R = \frac{1,5\ N \times 4,36 cm}{2\ cm}$ **donc R= 3,27 N**
  - ✓ **Méthode 2 : théorème de Pythagore : (méthode trigonométrique)**

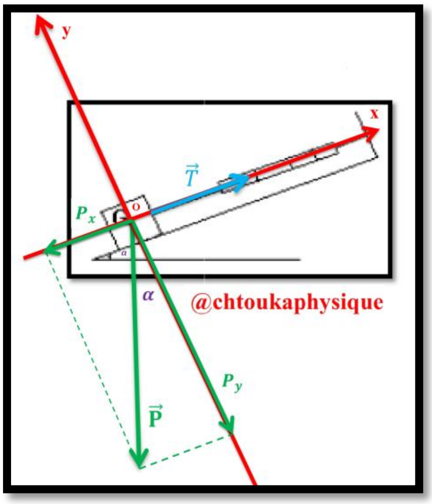
D'après le théorème de Pythagore on a $\boldsymbol{R^2 + T^2 = P^2}$, alors $R^2 = P^2 - T^2$ donc $\mathbf{R} = \sqrt{P^2 - T^2}$

AN R = 3,27 N

❖ Méthode Arithmétique ou Analytique : (projection des forces sur les axes d'un repère)

Cette méthode consiste sur la projection de la relation $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ sur les axes d'un repère R(O ,$\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$) quelconque .

considérons un repère orthonormé R(O ,$\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$) tel que son origine O est confondu avec le centre d'inertie G du solide (S) (voir le schéma ci-contre)



Puisque le corps est **en équilibre** sous l'action de trois forces $\vec{P}$, $\vec{T}$ et $\vec{R}$,

alors $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$.

On projette cette relation sur les axes (Ox) et (Oy) ,et On obtient :

$$\begin{cases} P_x + T_x + R_x = 0 \\ P_y + T_y + R_y = 0 \end{cases}$$

D'après le schéma On a :

$\sin\alpha = \frac{-P_x}{P}$ donc $\mathbf{P_x = - P \sin\alpha}$ $\text{con}\,\alpha = \frac{-P_y}{P}$ donc $\mathbf{P_y = - P \cos\alpha}$	$\mathbf{T_x = T}$ $\mathbf{T_y = 0}$

Alors $\begin{cases} - P \sin\alpha + T + R_x = 0 \\ - P \cos\alpha + 0 + R_y = 0 \end{cases}$ donc $\boxed{\begin{array}{l} \mathbf{R_x = P \sin\alpha - T = m.g. \sin\alpha - T} \\ \mathbf{R_y = P \cos\alpha = m.g .\cos\alpha} \end{array}}$

AN : $\boxed{\begin{array}{l} R_x = 360 .10^{-3} . 10 . \sin 25 - 1{,}5\, N \quad \text{donc } \mathbf{R_x = 0\ N} \\ R_v = 360 .10^{-3} . 10 . \cos 25 \quad \text{donc } \mathbf{R_v = 3{,}26\ N} \end{array}}$

Or $\mathbf{R} = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ donc $R = \sqrt{0^2 + 3{,}26^2}$ d'où **R = 3,26 N**

D'autre part, On sait que $\vec{R} = \vec{R_x} + \vec{R_y}$ **donc** $\vec{R} = \vec{R_y}$ puisque $\vec{R_x} = \vec{0}$, alors la réaction $\vec{R}$ **est perpendiculaire au plan incliné (π')** , cela signifie que **le contact entre le solide et le plan se fait sans frottement . (même résultat que celui obtenu** dans la méthode précédente)