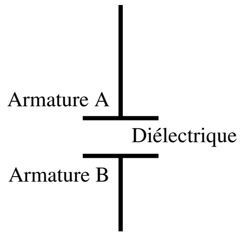
Dipôle RC : association série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C

Condensateur :

Description.

Un condensateur est un dipôle constitué de deux armatures métalliques parallèles, placées à des potentiels différents et séparées par un isolant ou un diélectrique.



Relation charge-tension.

La charge d'un condensateur, notée q, est liée à la tension U par la relation :

q = C.U	Avec :	C : capacité du condensateur (F) q : charge du condensateur (C) U : tension (V)

Capacité d'un condensateur :

- Le coefficient de proportionnalité C est appelé capacité du condensateur.
- Son unité est le Farad (F)
- Autres unités du Farad

Millifarad	**Microfarad**	Nanofarad	Picofarad
$1mF=10^{-3}F$	$1\mu F=10^{-6}F$	$1nF=10^{-9}F$	$1pF=10^{-12}F$

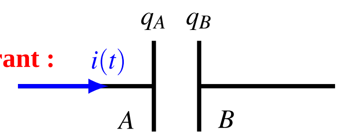
Expression de l'intensité.

Par définition, l'intensité du courant traversant un condensateur est la variation de la charge q au cours du temps.

En adoptant la convention réceptrice pour ce dipôle, on obtient :

Courant continu	**Courant variable**
$I = \frac{Q}{\Delta t}$	$i = \frac{dq}{dt}$ avec q=C.Uc d'où $i = C.\frac{dU_c}{dt}$

Sens conventionnel du courant :



Le sens positif (Conventionnel) du courant est toujours vers l'armature positive.

❖ **Charge d'un condensateur :** Un condensateur peut être chargé soit :

- Par un générateur de tension idéal de f.é.m E et de résistance interne r=0Ω qui délivre au cours du temps une tension constante égale à E.
  - A la fin de la charge du condensateur $u_C=u_{Cmax}= E$, i=0 et $q=Q_{max}$.
  - A la fin de la décharge du condensateur $u_C=0$,i=0 et q=0.
- Par un générateur de courant continu délivrant un courant électrique d'intensité I constante au cours du temps.

❖ **Relation entre la charge « q » d'un condensateur et l'intensité « i » du courant électrique :**

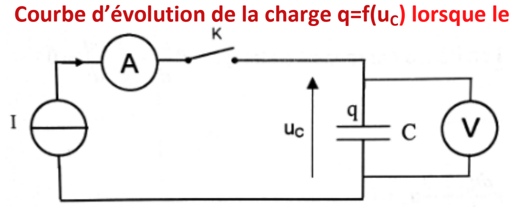
- Si la charge s'effectue à courant d'intensité I constante, alors on a : $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q(t)\ \ q(t_0)}{t-t_0}$ si à t_0 ; $q(t_0 = 0) = 0\ alors\ I = \frac{q}{t}$ ⟺ **q= I.t**
- Si la charge s(effectue à courant d'intensité i variable, alors on a : $i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$ ⟺ dq= i.dt

❖ **Relation entre la charge « q » du condensateur et la tension « u_C » à ces bornes :**

- q et u_C sont proportionnelles de constant de proportionnalité C tel que : **$q= C.u_C$**. Avec C la capacité du condensateur, éxprimée dans le (S.I) en Farad (F).

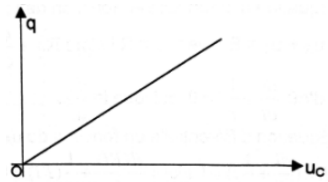
- **Capacité d'un condensateur plan :** $C = \frac{\varepsilon . S}{e}$ tel que :
    - S : surface en regard des deux armatures en m^2.
    - e : écart entre les deux armatures en m.
    - **Permittivité absolue du diélectrique** $\varepsilon = \varepsilon_0 . \varepsilon_r$ en $F.m^{-1}$ tel que $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ $F.m^{-1}$ (permittivité du vide) et ε_r (permittivité relative du diélectrique) sans unité.

- **Courbe d'évolution de la charge $q=f(u_C)$ lorsque le condensateur est chargé par un générateur de courant :**



$q= C.u_C$

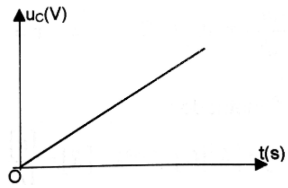
C= pente de la droite



- **Courbe d'évolution de la tension $u_C=f(t)$ lorsque le condensateur est chargé par un générateur de courant :**

En utilisant le circuit précédent on peut tracer la courbe ci-contre :

Théoriquement : $u_C = \frac{q}{C} = \frac{I}{C} \times t$ alors la pente est égale à $\frac{I}{C}$



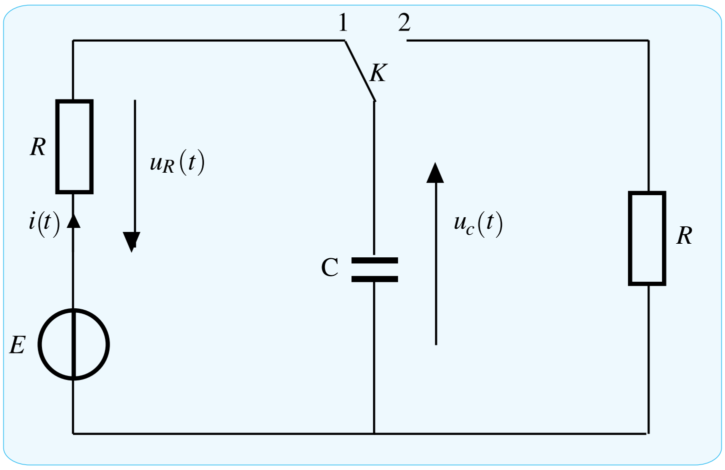
❖ **Tension de claquage d'un condensateur :** C'est la plus petite tension (en valeur absolue) qui fait jaillir une étincelle entre ces armatures

Charge d'un condensateur

:

Montage de la charge :

Interrupteur K sur la position (1)



Equation différentielle :

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_R + U_C = E$ et les transitions $U_R = R\ i = R\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{dU_c}{dt}$

On aboutit à l'équation différentielle vérifié par une variable donnée

Variable la tension du condensateur Uc: $\mathbf{U_c + R\,C\frac{dU_c}{dt} = E}$

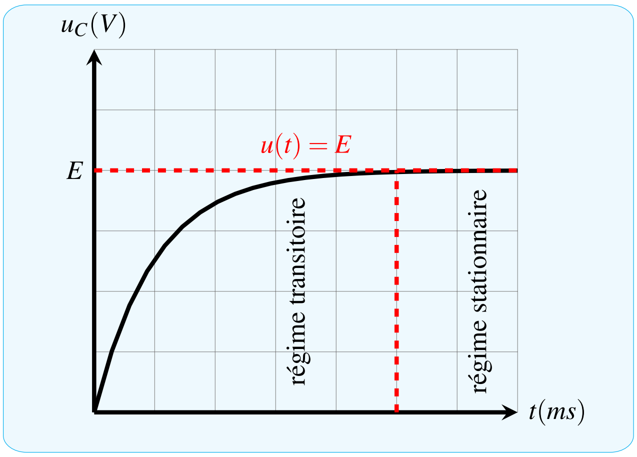
Variable la charge q: $\frac{q}{C} + R.\frac{dq}{dt} = E$ Ou $\mathbf{q + R\,C.\frac{dq}{dt} = E.C}$

Equation horaire :

On montre , en mathématique , que la solution de cette équation différentielle est : $u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ telle que A , B et α des constantes que peut les déterminer $\boxed{u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$

La representation de $u_C = f(t)$:

Mathématiquement la courbe qui représente $u_C = f(t)$ est la suivante tel que à $t = 0$ on a $u_C(0) = 0$ et quand $t \longmapsto \infty$ on a $u_c = E$, pratiquement on considère $t > 5\tau$ on a $u_C(\infty) = E$
La courbe présente deux régime :
Un régime transitoire : la tension $u_c(t)$ varie au cours du temps .
Un régime stationnaire ou régime permanent où $u_C(t)$ reste constante et égale à E



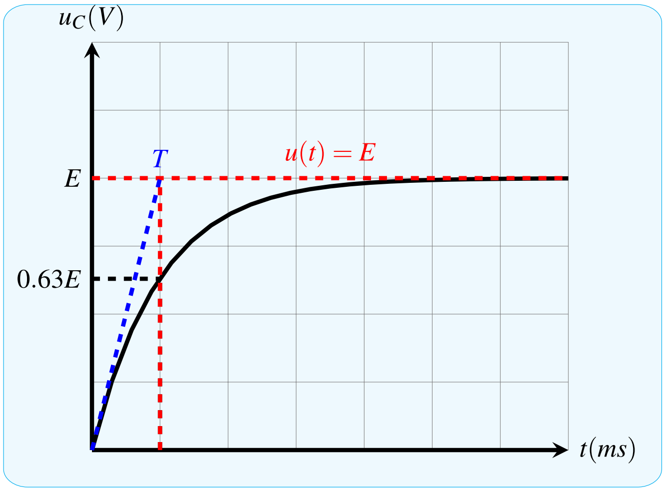
Dètermanition de la constante du temps τ :

Première méthode :
On utilise la solution de l'équation différentielle :

$$u_C(t = \tau) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$$

τ est l'abscisse qui correspond à l'ordonnée $0,63E$

Deuxième méthode : utilisation de la tangente à la courbe à l'instant t=0 .



Unité de la constante du temps τ :

D'après l'équation des dimensions , on a $[\tau] = [R].[C]$

d'autre part $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$ et $[C] = \dfrac{[I]}{[U]}.[t]$ donc $\boxed{[\tau] = [t]}$
La grandeur τ a une dimension temporelle , son unité dans SI est le seconde (s) .

Expression de l'intensité du courant de chrage $i(t)$:

On sait que l'intensité du courant de charge : $i(t) = C\dfrac{du_C}{dt}$ tel que

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R_1 C}e^{-t/\tau}$$

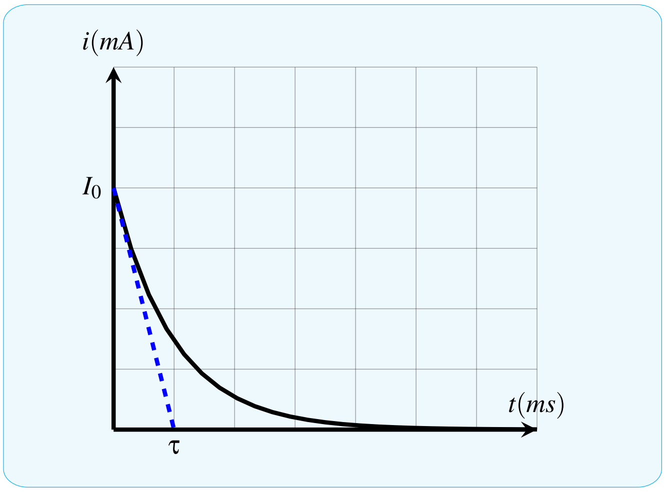
donc :

$$i(t) = \frac{CE}{R_1 C}.e^{-t/\tau}$$

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R_1}e^{-t/\tau}}$$

tel que E/R_1 représente l'intensité de courant à l'instant $t = 0$ c'est à dire à $t = 0$ on a $u_C = 0$ donc $E = R_1.I_0$ i.e $I_0 = \dfrac{E}{R_1}$

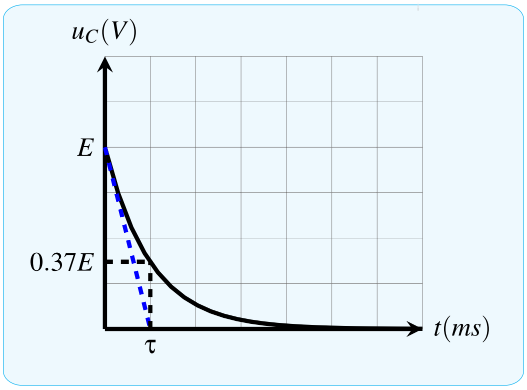
$$\boxed{i(t) = I_0 e^{-t/\tau}}$$



Décharge d'un condensateur :

La representation de $u_C = f(t)$:

Mathématiquement la courbe qui représente $u_C = f(t)$ est la suivante tel que à $t = 0$ on a $u_C(0) = E$ et quand $t \longmapsto \infty$ on a $u_c = 0$, pratiquement on considère $t > 5\tau$ on a $u_C(\infty) = 0$



Dètermanition de la constante du temps τ :

Première méthode :
On utilise la solution de l'équation $u_C(V)$ différentielle :
$u_C(t = \tau) = Ee^{-1}) = 0,37E$

Deuxième méthode : utilisation de la tangente à la courbe à l'instant t=0 . On a :

Expression de l'intensité du courant de chrage $i(t)$:

On a $u_C(t) = Ee^{-t/\tau}$

d'après la loi d'additivité des tensions : $u_R = -u_C(t)$ i.e : $u_R(t) = -Ee^{-t/\tau}$ et puisque $u_R = Ri(t)$ c'est à dire $i(t) = -\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$

Energie électrique stockée dans un condensateur.

L'énergie électrique stockée par un condensateur est :

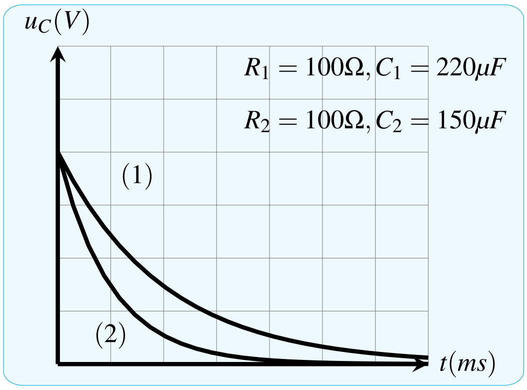
$$\boxed{\mathscr{E}_e = \frac{1}{2}C.u_C^2 = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C}}$$

E_e s'exprime en joule (J) avec C en farad (F), u_C en volt (V) et q en coulomb (C) .

L'influence de τ sur la durée de la décharge

f. l'influence de sur la durée de la décharge

On suppose que $\tau_1 > \tau_2$, on obtient la représentation graphique suivante : Quelle est l'influence de τ sur la décharge du condensateur dans le dipôle RC



NB :

- τ = R.C : Constante de temps et est homogène à un temps
- Conditions initiales (à t=0) :

Charge d'un condensateur :	**Uc(0) = 0** ,	**q(0) = 0** ,	$I(0) = I_0 = \frac{E}{R}$
Décharge d'un condensateur :	**Uc(0) = E** ,	**q(0) = C.E** ,	$I(0) = -I_0 = -\frac{E}{R}$